資産選択と消費行動

AUTHOR(S):
古川, 顕

CITATION:
古川, 顕. 資産選択と消費行動. 經濟論叢 1973, 111(5-6): 405-422

ISSUE DATE:
1973-05

URL:
https://doi.org/10.14989/133528

經濟論叢

第111巻　第5·6号

昭和48年5·6月

京都大學經濟學會

資産選択と消費行動

古　川　　顕

I はじめに

従来の資産選択理論 (theory of portfolio selection) の発展過程では主として蓄積された資産の構成要素相互間の関係，すなわち資産構成 (asset composition) の問題に分析の重点が置かれ，資産保有と密接な関係にある経済主体の貯蓄行動，したがって消費行動は資産選択理論のフレームワークの枠外にあるものとして殆んど考察の対象とされなかったか，あるいは夫々が独立に取り扱われてきたといっても過言ではない。当然のことながら，貯蓄は資産増加の形態をとり逆に保有資産側の与件の変化が所得配分＝消費性向に何らかのインパクトを与えることが推察されよう。

この点で，同一の経済主体が行なう合理的行動として所得配分に関する意志決定と資産配分に関する意志決定とを独立に取扱うのではなく，同時的斉合的に分析する必要がある。これはまた，フローとしての消費及び貯蓄を対象とする消費理論あるいは貯蓄理論とストックとしての富ないし資産を扱う資産選択論の交渉の場であり，これら２つの理論の結接点に於ける諸問題にかかわってくる。

所得配分及び資産構成の決定という合理的な２つの意志決定を独立に論じたものとして，ケインズ〔6〕はその典型的な一例として挙げられる。この点は彼の消費関数及び流動性選好関数に於ける time preference 及び liquidity preference 概念の導入による二段的意志決定過程を想起すれば充分であろう(いわゆるケインズ的 dichotomy の世界)。トービンはこうしたケインズ的 dichotomy に関して次のような指摘を行なっている。「ケインズは理論的に総資産

とその増加率に関する決定と資産の構成に関する決定とを独立に取扱うことに於て，tactical advantage を有していた」[1]。確かに，ケインズ的アプローチはその理論分析上の tactical な有位性をもっているとはいえ，やはり経済主体の2つの意志決定を独立に取扱う便法自体が問題にされねばなるまい。したがって，同一の経済主体が行なう同時的斉合的な行動として資産選択行動と消費行動とを捉えるためには，ケインズ的な二分法を排してより一般的な考察が必要となってくる。

以上のような観点はリンドベック〔7〕によって極めて明快に整理されている。「伝統的な微視的経済理論によれば，個々の家計は閑暇，労働，消費，資産保有について自己の好みに従って一つの計画を選び出す。この問題は通常4つの部分に分割され，夫々の部分は別々に分析されている。かくして，家計は通常まず第1に（賃金率が与えられているとき）労働と閑暇との間の選択を行ない，その後消費と貯蓄の間の選択（所得が所与のとき），次いで種々の消費財間の選択（総消費支出が所与のとき），最後に種々様々な資産保有方法間の選択（当初の富，貯蓄額が所与のとき）を行なうものと仮定されている。上述の方法に代わるものとして4つの型の決意のすべてが同時に分析されることもありうる。」（傍点は筆者）

II　資産選択と消費決定 MODEL

従来の資産選択理論はリンドベックのフレームワークでいえば，上述の第4の決定に相応するものである。しかし，われわれの以下の分析ではこれまでの資産選択論の枠を拡げて，資産市場の不確実性（資産の将来価格あるいは将来収益が不確実であるという意味に於て）が存在する状況に於ける経済主体の同時的意志決定の問題を論ずることを目的としている。この場合，単純化のためにリンドベックの意味に於ける第1の決定，すなわち，閑暇と労働に関する決定が消費及び貯蓄，資産保有に関する決定とは独立に為されるものと仮定する。したが

1) Tobin〔11〕pp. 28 参照。

って，当該経済主体の計画期間の当初に於て，彼の所得は与えられたものと仮定しよう。また，すべての消費財は一括されてヒックス流に1つの合成財として表わされることにする。この2つの仮定を設けることによって，われわれは与えられた所得のもとでの所得配分に関する意志決定と資産配分に関する意志決定という2つの意志決定問題を同時的斉合的に分析することが可能になる[2]。以下の分析では，消費主体であり同時に資産保有主体でもある個人または家計を対象とした試論的 Model に沿って分析を進め，通常，資産選択論に於て多用されるフォン・ノイマン＝モルゲンステルン〔11〕によって再定式化された期待効用極大仮説を採用する。Notation は以下のように定め，すべて，貨幣タームで表示されるとする。

Notation

$\overline{W}$　初期保有資産（所与）

Y　所　得　（〃）

C　消　費

A　利用可能総資金（$=\overline{W}+Y$, 所与）

a　危険資産保有額

m　安全資産保有額

R　危険資産収益率（確率変数）

r　安全資産収益率（所与）[3]

---

2)　こうした所得配分に関する意志決定と資産配分に関する意志決定とを同時に分析したものとして Samuelson〔9〕，蠟山〔14〕がある。前者は不確実性が存在する場合の動学的最適行動を確率過程の最適制御として捉え，相対危険回避指標が消費に関して不変の場合における hump-saving の可能性を分析している。後者は主として種々の課税が消費および資産選択に及ぼす効果を動学的最適計画問題として扱っている。

3)　この消費行動を考慮した2資産モデルでは安全資産として確定収益を生む資産を考えている。ただ，通常の資産選択モデルでは安全資産として何ら収益をうまない狭義の貨幣資産を考える場合が多い。これは一応，ケインズ流動選好説に於ける貨幣需要の投機的動機と対応づけられるかもしれない。しかし，現代の安定し発達した金融制度のもとでは，実際には投機的動機あるいは資産動機としての狭義の通貨需要は殆んど存在せず，むしろそれは取引の決済手段として保有されることが多い。したがって，安全資産として貯蓄性預金のような必ず正の確定利子率をもたらす資産を考慮に入れた方が自然であると思われる。この点は単なる便宜上の問題というよりも，貨幣需要の動機を再考察する上で極めて重要な問題を含んでいるとみられる。

W 計画期間の期末に於ける最終資産額

いま，当該経済主体の計画期間に於ける消費，及び計画期間末に於ける蓄積資産から生ずる効用を次のように表わす。

$$U=U(C,\ W) \qquad (1)$$

いうまでもなく，個人又は家計の主たる目的は消費であって，資産保有も結局は将来の消費を増やすために行なわれると考えられる。この場合，もちろん個々の個人又は家計をみるとハロッドの表現を借りれば[4] 子孫のために貯蓄する（Saving for Posterity）場合もあれば，自分自身の老後のために貯蓄する（Hump Saving）場合もあろう。さらには，現在の消費のみを考慮して行動しているかもしれない。こうした個人又は家計の資産保有目的の相違は，当該経済主体の主体的価値判断や社会保障制度のあり方をはじめとする社会的状況，さらには所得水準や資産保有水準などに依存するといえよう。しかし，いずれにせよ合理的個人又は家計は，その life cycle 的観点に立つ限り，将来財の購入のために何らかの資産保有を行ない，現在から将来にわたる可能な消費径路に関して最適な選択を行なうと考えられる。上述の(1)式はこのような含意をもっている。

次に，この効用関数について以下の2つの仮定を設ける。

① 効用関数は $C,\ W$ に関して additive である。

② $C,\ W$ に関して限界効用は正で逓減する。仮定①②より，(1)式は次のように書き改められる。

$$U=V(C)+X(W)^{5)},\ V'(C),\ X'(W)>0,\ V''(C),$$
$$X''(W)<0 \qquad (2)$$

資産の将来価格または将来収益率の不確実性に関して当該経済主体は効用の期待値を極大にすると考えれば，その目的関数は(2)式の両辺の期待値をとって表わされる。すなわち，

4) Harrod［5］pp. 35–62 参照。

5) 当該経済主体の将来時点における消費から得られる効用 $X(W)$ は，この場合現在時点に引き直し，何らかの時間選好率によって割引されていると解釈する。

$$E[U]=V(C)+E[X(\overline{W})] \tag{3}$$

この場合の予算制約式は次のようになる。

$$A=(\overline{W}+Y)=C+a+m \tag{4}$$

また，定義により次式を得る。

$$W=a(1+R)+m(1+r) \tag{5}$$

制約条件(4)のもとで目的関数(3)を極大化すればよい。(4)式より $m=A-(C+a)$，これを(5)式に代入し，整理すれば

$$W=a(R-r)+(A-C)(1+r) \tag{5'}$$

ここで(5′)式を使って(3)式を極大化する一階の条件を求めると次の2つの式が得られる。

$$V'(C)-E[X'(W)(1+r)]=0 \tag{6}$$

$$E[X'(W)(R-r)]=0 \tag{7}$$

さらに極大化のための2階の条件を調べると

$$\mathrm{H}=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 E[U]}{\partial C^2} & \dfrac{\partial^2 E[U]}{\partial C\partial a} \\ \dfrac{\partial^2 E[U]}{\partial a\partial C} & \dfrac{\partial^2 E[U]}{\partial a^2} \end{vmatrix} \tag{8}$$

$$=V''(C)[EX''(W)(R-r)^2]+[EX''(W)(R-r)^2] \\ -\{E[X''(W)(1+r)(R-r)]\}^2$$

しかるに，$V''(C)<0$, $X''(W)<0$ から上式の第1項，第2項ともに正である。ところが第3項は明らかに負であるから H の符号を一意的に定めることが出来ない。したがって，極大条件のために $H>0$ を仮定しよう。そうすれば，われわれは(6)，(7)式から，消費主体であると同時に資産保有主体でもある合理的な個人または家計の最適消費額 C，および最適危険資産額 a を決定することができる。したがって，また最適安全資産保有額 m も(4)式より求められる。このようにして，当該経済主体のある一定の time horizon に於ける消費に関する意志決定と資産保有に関する意志決定の問題を夫々独立にではなく，同時的斉合的に理解することが可能となる。節を改め，主として資産蓄積に伴なう

所得配分と資産配分の意志決定プロセスという極めて興味ある問題を，上述のモデルからより明示的に考察しよう。

III 資産効果（所得効果）の分析

まず，われわれは初期資産 $\overline{W}$ の増加，あるいは所得 Y の増加が合理的な個人，または家計の最適消費および最適ポートフォリオ保有にどのような影響を及ぼすかを比較静学的方法によって明らかにしたい。この場合，上述のモデルでは，資産の増加および所得の増加が資産選択および消費行動に及ぼす効果は(4)式の関係から明らかなように，総資金 A の増加がそれらの行動に及ぼす効果と全く同一であるとみなされることになる。

ところで，一般に資産蓄積の度合が高い場合と低い場合では同一経済主体であっても，異った資産選択行動および消費行動をとると推察される。資産の蓄積が進むにつれて個人または家計はより積極的となる，つまり危険を負担しようという意欲をつよめるかもしれないし，逆に資産の蓄積に伴ない，より消極的になり安全性の確保を相対的に重視するようになるかもしれない。こうした保有資産の増加に応ずる経済主体の行動のパターンがどのように変化するかは一般的には断定しがたく，それは経済主体のタイプによって異なるであろう。

ただ，このような資産蓄積過程に於ける経済主体のリスク・ベアリングの態様を分析する手段として，アロー，プラットにより考案された2種の指標を採用することは極めて有用であると思われる[6)]。ここで，彼らにより考案された危険回避の程度を示す2つの尺度とは次のようなものである。

① 絶対危険回避指標 (absolute risk aversion index)

$R_A=-\dfrac{U''(W)}{U'(W)}$，但し $U'(W)$, $U''(W)$ は資産 W に関する効用関数の1次微分，2次微分を表わす。

② 相対危険回避指標 (relative risk aversion index)

6) Arrow〔2〕,〔3〕, Pratt〔8〕参照。

$$R_R = -\frac{WU''(W)}{U'(W)}$$

R_A, R_R はともに効用関数の正一次変換（positive linear transformation）によっても不変であり，経済主体が危険回避的である限り，ともに正の値をもつことが容易に確認される。さらにアローは，絶対危険回避，相対危険回避の２指標について次のような仮設を提示する。

① R_A は W の減少関数である $(R_A'(W)<0)$

② R_R は W の増加関数である $(R_R'(W)>0)$

この２つの仮説は資産蓄積の進展に伴なう経済主体の危険負担に対する態様を極めて純理論的観点から説明したものであるが，この点に関しては後で触れることにし，さしあたってアローの両仮説を前提にしながら以下の分析を進めて行きたい。

資産保有あるいは所得の増加が個人または家計の行動に及ぼす影響を調べるためには(6), (7)式をAに関して偏微分すればよい。すると次式が得られる。

$$V''(C)\frac{\partial C}{\partial A} - E\left[X''(W)\left\{\left(1-\frac{\partial C}{\partial A}\right)(1+r) + \frac{\partial a}{\partial A}(R-r)\right\}(1+r)\right] = 0 \tag{9}$$

$$E\left[X''(W)\left\{\left(1-\frac{\partial C}{\partial A}\right)(1+r)+\frac{\partial a}{\partial A}(R-r)\right\}(R-r)\right]=0 \tag{10}$$

これを $\frac{\partial C}{\partial A}$, $\frac{\partial a}{\partial A}$ に関して整理すれば

$$\{V''(C)+E[X''(W)(1+r)^2]\}\frac{\partial C}{\partial A} - E[X''(W)(R-r)(1+r)]\frac{\partial a}{\partial A} = E[X''(W)(1+r)^2] \tag{9$'$}$$

$$-E[X''(W)(1+r)(R-r)]\frac{\partial C}{\partial A}+E[X''(W)(R-r)^2]\frac{\partial a}{\partial A} = -E[X''(W)(1+r)(R-r)] \tag{10$'$}$$

(9′), (10′) 両式を $\frac{\partial C}{\partial A}$ および $\frac{\partial a}{\partial A}$ について解くと，

$$\frac{\partial C}{\partial A}=\frac{1}{H}\begin{vmatrix} E[X''(W)(1+r)^2], & -E[X''(W)(R-r)(1+r)] \\ -E[X''(W)(R-r)(1+r)], & E[X''(W)(R-r)^2] \end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{H}(1+r)^2\Big[E[X''(W)]\cdot E[X''(W)(R-r)^2]$$

$$-\{E[X''(W)(R-r)]\}^2\Big] \tag{11}$$

$$\frac{\partial a}{\partial A}=\frac{1}{H}\begin{vmatrix} V''(C)+E[X''(W)(1+r)^2], & E[X''(W)(1+r)^2] \\ -E[X''(W)(R-r)(1+r)], & -E[X''(W)(R-r)(1+r)] \end{vmatrix}$$

$$=-\frac{1}{H}V''(C)(1+r)E[X''(W)(R-r)] \tag{12}$$

一方，$m=A-(C+a)$ を使って次式が導かれる。

$$\frac{\partial m}{\partial A}=1-\left(\frac{\partial C}{\partial A}+\frac{\partial a}{\partial A}\right)=\frac{1}{H}V''(C)\{E[X''(W)(R-r)^2]$$

$$+(1+r)E[X''(W)(R-r)]\} \tag{13}$$

問題は，$\frac{\partial C}{\partial A}$，$\frac{\partial a}{\partial A}$，$\frac{\partial m}{\partial A}$ の符号である。ここで，$E[X''(W)]<0$, $E[X''(W)(R-r)^2]<0$ は明らかである。ところで上述のアローの第1の仮説，すなわち絶対危険回避指標逓減より $E[X''(W)(R-r)]>0$ を導くことができる[7]。したがって，(12)式より $\frac{\partial a}{\partial A}>0$ を容易に確認しえる。次に，(13)式に於ける $\frac{\partial m}{\partial A}$ の符号を調べてみよう。

まず，$M=E[X''(W)(R-r)^2]+(1+r)E[X''(W)(R-r)]$ と置く。この右辺に $(a+m)$ を乗じ $(a+m)$ で割ると

$$M=\frac{1}{a+m}\{E[X''(W)(a+m)(R-r)^2]$$

$$+(1+r)E[X''(W)(a+m)(R-r)]\}$$

7) 平均値の定理を用いても証明しうるが別法による証明を示しておく。(5′) 式より $W=k+a(R-r)$, 但し $k=(A-C)(1+r)$ と置く。ここで，もし $R\geqq r$ ならば $R_A'(W)<0$ より $R_A(W)=-\frac{X''(W)}{X'(W)}\leqq R_A(k)$ が成立する。

よって，$-X''(W)\leqq R_A(k)X'(W)$ が導かれる。この両辺に $(R-r)$ を乗じると次式が成り立つ。$-X''(W)(R-r)\leqq R_A(k)X'(W)(R-r)$. もし，$R>r$ ならば全く同様にして，$-X''(W)(R-r)<R_A(k)X'(W)(R-r)$ となる。よって，結局 R のすべての範囲に対して，前式が成立する。この両辺の期待値をとれば

$-E[X''(W)(R-r)]\leqq R_A(k)E[X'(W)(R-r)]=0$ (∵(7)式より) $\therefore E[X''(W)(R-r)]>0$

$$=\frac{1}{a+m}\{E[X''(W)m(R-r)^2]$$

$$+E[X''(W)(R-r)\{a(R-r)+(a+m)(1+r)\}]\}$$

$$=\frac{1}{a+m}\{mE[X''(W)(R-r)^2]+E[X''(W)(R-r)W]\}$$

ここで再び相対危険回避指標が資産の増加関数とするアローの第2仮説を使えば $E[X''(W)(R-r)W]<0$ を導くことができる[8]。よって $M<0$ となり⒀式より $\frac{\partial m}{\partial A}>0$ が導かれる。最後に，$\frac{\partial C}{\partial A}$ の符号を考えたい。そのためにいま，

$N=E[X''(W)]E[X''(W)(R-r)^2]-\{E[X''(W)(R-r)]\}^2$ と置こう。この右辺に $(1+r)E[X''(W)]E[X''(W)(R-r)]$ を加えて同じ値を引けば，

$$N=E[X''(W)]\{E[X''(W)(R-r)^2]+(1+r)E[X''(W)(R-r)]\}$$

$$-E[X''(W)(R-r)]E[X''(W)(1+R)]$$

$$=E[X''(W)]\cdot M-E[X''(W)(R-r)]E[X''(W)(1+R)]$$

上式に於て $R<-1$ とは現実には成り得ないから $R\geqq -1$ である。よって $E[X''(W)(1+R)]\leqq 0$，また $E[X''(W)]<0$, $M<0$, $E[X''(W)(R-r)]>0$ であるから容易に $N>0$ を知ることができる。したがって，⑾式から明らかなように $\frac{\partial C}{\partial A}>0$ が導かれるのである。以上のように $\frac{\partial C}{\partial A}>0$, $\frac{\partial a}{\partial A}>0$, $\frac{\partial m}{\partial A}>0$ を夫々導き得た。

さらに，予算制約式⑷から $\frac{\partial a}{\partial A}+\frac{\partial m}{\partial A}+\frac{\partial C}{\partial A}=1$ であることから次式も成立する。

$$0<\frac{\partial C}{\partial A},\ \frac{\partial a}{\partial A},\ \frac{\partial m}{\partial A}<1 \tag{14}$$

このように，アローの2種の仮説を援用することによってわれわれは比較的常識にかなう結論に到達することが出来る。とくに，⒁式の $\frac{\partial C}{\partial A}>0$ の意味

8) 注 7) と同様な方法で証明しうる。もし，$R\geqq r$ ならば $R_R'(W)>0$ より $R_R(W)\geqq R_R(k)$，よって $-X'(W)W\geqq X'(W)R_R(k)$，この両辺に $(R-r)$ を乗じると $-X''(W)(R-r)W\geqq X'(W)R_R(k)(R-r)$，この不等式は $R<r$ の場合にも成立し，結局すべての R の範囲について成り立つ。この両辺の期待値をとれば，

$-E[X''(W)(R-r)W]\geqq R_R(k)E[X'(W)(R-r)]=0$ (∵ ⑺式より)，

$\therefore\ E[X''(W)(R-r)W]<0.$

するところは注目に値すると思われる。上述のモデルでは A は当該経済主体の計画期間中の所得 (Y) と計画期初の金融資産保有残高 ($\overline{W}$) から成っている。所得の増加は当然，消費の増大をもたらすが，われわれの結論は，金融資産保有残高の増大も同様に，消費の増大にプラスの効果をもたらすこととなる。この点は，戦後の消費函数をめぐって提起された諸問題のうち金融資産の蓄積が消費の上方シフトをもたらすという，いわゆる「金融資産効果」と密接に関連していることはいうまでもない[9]。われわれは便宜上，初期金融資産残高を完全に流動的な資産から成り立っているものとみなし，asset exchange に伴なう取引費用の存在を無視しているが，ともかく市場性のある資産 (marketable asset) が大量に存在する金融機構のもとでは，このような「金融資産効果」のもつ意義は決して無視できないものであろう。

IV 資産構成の変化

次に，金融資産の蓄積あるいは所得の増加が合理的な資産保有主体であり，同時に消費主体でもある家計または個人のポートフォリオ構成に及ぼす影響を考察したい。前節でみたように，資産の増加または所得の増大は，消費の増大をもたらすとともに，危険資産，安全資産をも増大させることとなる。しかし，この場合，資産保有主体のポートフォリオに占める危険資産のシェアーは果たして増大する（したがって安全資産のシェアーは減少する）のかそれとも減少する（安全資産のシェアーは増大する）のかは定かではない。こうした消費行動を入れた資産選択の問題を前節と同様な比較静学的方法によって明示的に考察しよう。

いま，資産保有主体のポートフォリオに占める危険資産保有額は $\frac{a}{A-C}$，あるいは $\frac{a}{a+m}$ で表わされる。したがって，資産または所得の増加が資産構成の変化に与える影響を調べるためには $\frac{a}{a+m}$ を A で偏微分するとよい。すなわち，

9) 鎌倉〔12〕pp. 50-60 参照。

$$\frac{\partial}{\partial A}\left(\frac{a}{a+m}\right)=\frac{1}{(a+m)^2}\left\{\frac{\partial a}{\partial A}(a+m)-a\frac{\partial}{\partial A}(a+m)\right\}$$

$$=\frac{1}{(a+m)^2}\left(\frac{\partial a}{\partial A}m-\frac{\partial m}{\partial A}a\right) \tag{15}$$

上式に前節の(12)および(13)式を代入し，整理すれば

$$\frac{\partial}{\partial A}\left(\frac{a}{a+m}\right)=-\frac{1}{(a+m)^2}\frac{1}{H}V''(C)E[X''(W)(R-r)$$

$$\{(A-C)(1+r)+a(R-r)\}]$$

$$=-\frac{1}{(a+m)^2}\frac{1}{H}V''(C)E[X''(W)(R-r)W] \tag{16}$$

ここでアローの第2仮説より $E[X''(W)(R-r)W]<0$ が示されるから明らかに次式が成立する。

$$\frac{\partial}{\partial A}\left(\frac{a}{a+m}\right)<0 \tag{17}$$

すなわち，相対危険回避逓増の下では金融資産の蓄積が進むほど，あるいは所得が増大すればするほど危険資産保有額の総資産に占めるシェアーは低下する，逆に安全資産保有シェアーは増大するという結論を得ることができる。換言すれば危険資産需要の金融資産保有に関する弾力性は安全資産の弾力性よりも小さいこととなる。こうした結論は家計または個人の資産選択に於ける従来の通説とは明らかに異なっている。

これまでの通説からすれば，所得水準が上昇し金融資産の蓄積が進むほど資産保有主体の資産選好に関するビヘイビアは，より危険ではあるが，収益の大きい資産に移る，云い換えれば資産の増加とともにポートフォリオに占める危険資産のウエイトが増大し，逆に安全資産のウエイトは減少するとされている。例えば，資産保有形態は，「富の増加につれて，現金通貨→預金通貨→貯蓄性預金→貸付信託→債券→投資信託→株式といった方向への富の構造に於ける重点の推移が考えられる」[10] といった推測がなされることがしばしばある。こう

10)　藤野〔13〕pp. 190 参照。

した通説は，金融資産の蓄積に伴なう経済主体の資産選好ビヘイビアを安全資産から危険資産への移行という単純直線的な資産シフト形態として捉える点に特徴がある。

しかし，最近10年間に於けるわが国の個人セクター全体の金融資産構成比をみると，貯蓄性預金，信託，保険などの安全かつ長期性資産のウエイトが一貫して上昇している反面，有価証券とくに株式のウエイトが趨勢的に減少していることが指摘できる。しかも，全く同様のことが個人金融資産の蓄積がわが国よりはるかに大きいアメリカについてもいえる[11]。

このように，金融資産の蓄積が着実に進展しているにもかかわらず，相対的に危険資産とみなされる有価証券とくに株式の比率が低下し，貯蓄性預金をはじめとする安全資産の比率が趨勢的に上昇していることは，通説と現実との大きなギャップを示しているといえよう。問題はこうした通説とは逆方向的な資産シフト形態を如何に説明するかにある。この点でアローの仮説に立脚したわれわれのモデルからの結論は，いままでのところ現実の個人金融資産の動向を充分に捉えていると考えられる。

V　アローの仮説の意味するもの

以上の分析に於ける結論は，いうまでもなくアローの2種の仮説，すなわち絶対危険回避指標は資産の減少関数であり，相対危険回避指標は資産の増加関数であるとする仮説に依拠している。この2種の仮説を検討する前に，アローの資産選択理論のアプローチに於いて重要な位置を占める効用関数の有界性について簡単に触れよう。

不確実性理論の歴史的展開において，重要な役割を果したものにいわゆるセント・ペテルスブルグのパラドクス (the St. Peterusburg Paradox) がある。このパラドクスは不確実性が存在する状況下では人々の行動の目標を収入の期待値を極大に置くことでは説明できないことを示している。D・ベルヌイイは収入

11) 拙稿〔15〕参照。

の期待値を極大にする場合の矛盾を回避するため，期待効用極大化の原理を導入し，しかもその際限界効用が逓減するような効用関数を前提したことはよく知られている。しかし，その後K・メンガーによって指摘されたように，ベルヌイイ効用関数を用いて期待効用極大化を考えても再び同様の矛盾に逢着することとなる[12]。これは log 関数で表わされるベルヌイイ効用関数が有界でない点に原因がある。この点について，アローは期待効用仮説が成立するためには，その効用関数は上方及び下方に有界でなければならないと規定した[13]。この効用関数の有界性を経済主体の危険回避の態様と関連させて考察しよう。

いま，何らかの確率分布に従う当該経済主体の保有する不確実な資産価値を W で表わす。その効用関数 $U(W)$ について，上述の有界条件より，$\lim_{W\to\infty} U(W)=M$, $\lim_{W\to 0} U(W)=m$ となるような有界値 M, m が存在する。また，資産価値の増加は常に望ましいと仮定することができるから，$U'(W)>0$ である。効用関数の有界性および限界効用正の条件のもとでは W のある有限な変域を除いて $U'(W)$ は逓減する。すなわち $U''(W)<0$ であることが理解できる。このことをより厳密な形で証明しておこう。

任意の $\varepsilon>0$ に対して $U'(W)\geqq\varepsilon$ となる W の区間を夫々 $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$ … $[a_n, b_n]$ … としその区間合計の長さを Ω で表わす（但し，$0\leqq a_1<b_1<a_2<b_2<\dots<a_n<b_n\dots$）。したがって，

$$\Omega=(b_1-a_1)+(b_2-a_2)+\cdots+(b_n-a_n)+\cdots$$

ここで $U'(W)\geqq\varepsilon$ を満たす区間合計 Ω は無限大と仮定しよう。ところで，

$$\begin{aligned} U(W)&=\int_0^w U'(t)dt=\int_0^{a_1} U'(t)dt+\int_{a_1}^{b_1} U'(t)dt+\int_{b_1}^{a_2} U'(t)dt+\cdots \\ &\geqq\int_{a_1}^{b_1} U'(t)dt+\int_{a_2}^{b_2} U'(t)dt+\cdots+\int_{a_n}^{b_n} U'(t)dt+\cdots \\ &\geqq\int_{a_1}^{b_1}\varepsilon dt+\int_{a_2}^{b_2}\varepsilon dt+\cdots+\int_{a_n}^{b_n}\varepsilon dt+\cdots \end{aligned}$$

---

12) Arrow〔1〕pp. 421–422 参照。
13) Arrow〔3〕pp. 25–27 参照。

$$=\varepsilon(b_1-a_1)+\varepsilon(b_2-a_2)+\cdots+\varepsilon(b_n-a_n)+\cdots$$
$$=\varepsilon\cdot\Omega$$

となるから，Ω 無限大の仮定より $U(W)$ も無限大となる。これは明らかに効用関数の有界条件に反する。したがって，任意の正数 ε に対して $U'(W)\geqq\varepsilon$ を満足する区間の長さの総和 Ω は有限値でなければならない。逆に，このような区間を除けば $U'(W)<\varepsilon$ が成立しなければならず，このことは $U'(W)<\varepsilon$ を満足する区間に対して限界効用逓減を意味することになる。すなわち，有限な区間集合を除いた区間では常に $U''(W)<0$ が成立しなければならない。$U''(W)<0$ であることは危険回避者 (risk averter) の存在を示すものに他ならない[14]。

このように，アローの効用関数の有界性を是認する限り人々は本質的に危険を選好するよりむしろ危険の回避を選好するであろうことが理解される。むろん，効用関数が **bound** されている場合に於ても上述の証明から，W のある適当な変域においては限界効用逓増の case (risk lover を表わす) や限界効用不変の case (risk neutral を表わす) を排除するものでないことは明らかである。しかしながら，アローが指摘するように，一般的には危険回避の態様が危険選好および危険に中立的な態様よりも支配的であると考えた方がより自然であろうと思われる。アローによる純理論的アプローチからの危険回避の選好という指摘は，われわれのイントロスペクティブな観点からしても首肯されうるし，また種々の保険制度および株式会社制度，さらには多くの契約制度などに表徴される経験的観察的事実と合致するように思われる。ある意味では，資本主義制度それ自体が危険分散的諸制度の存在発展とともに歩んできたといっても過言ではあるまい。

ところで，一般に資産保有主体の資産に関する効用関数が凹関数 (凸関数) ならば危険回避者 (危険愛好者) を表わすと定義される。しかし，これは経済主体

14) 効用関数の形状とリスク・ベアリングの対応については，とくに Friedman & Savage [4] が参考になろう。

の危険に対する態様を定性的に述べたに過ぎず，危険回避の程度がどれほど強いか，あるいは資産の蓄積が進むにつれて，危険回避度が強まるのか逆に緩和されるのかといったより定量的な側面を明らかにするには不充分である。ここで，効用関数の有界性から危険回避主体の存在を論証したアローは，さらに一歩進めて第3節で述べたような2種の指標を考案し，夫々の指標について絶対危険回避指標は資産の減少関数である（第1の仮説），相対危険回避指標はその増加関数である（第2の仮説）という2種の仮説を提示する訳である。第1の仮説は直観的にも理論的にも比較的容易に理解しうる[15]。問題はその第2の仮説の妥当性である。

この点，アローは再び効用関数の有界性を前提にして，$R_R(W)$ は資産 W の減少関数よりも増加関数と考えた方が望ましい点を純理論的観点から論証する。効用関数が有界であれば，資産保有額 W が無限値に近ずけば，$R_R(W)$ は1以下の極限に達することができず，もし W が0に近ずけば $R_R(W)$ は1以上の極限に達し得ないことがアローによって指摘されている。ただ，アローはこの点を証明していないので，次のような証明を付しておく。

いま，資産の限界効用は正であり $U'(W)=V(W)>0$ と置く。危険回避者のみを考察の対象としているから，$U''(W)=V'(W)<0$ が成立する。また，明らかに次式が成立つ。$U(W)=\int_a^W V(W)dW$ (a は任意の定数)，したがって効用関数の有界性から $\lim_{W\to\infty} U(W)=\lim_{W\to\infty}\int_a^W V(W)dW=M$ ところが，$W=\infty$ まで積分された被積分関数 $V(W)$ が有界値 M に収束するためには，積分の収束条件より $V(W)$ は W が無限大に近ずくとき，$\dfrac{1}{W}$ よりも速く0に収束しなければならない。換言すれば，$W\to\infty$ のとき $V(W)\Big/\dfrac{1}{W}$ は単調減少しながら0に近ずかねばならない。よって，$W\to\infty$ のとき，$\dfrac{dW}{d}\{W\cdot V(W)\}=V(W)+W\cdot V'(W)\leqq 0$，したがって $-W\cdot V'(W)\geqq V(W)$，$\therefore\ \dfrac{-W\cdot V'(W)}{V(W)}=\dfrac{-W\cdot V''(W)}{U'(W)}=R_R(W)\geqq 1$

15) Arrow〔3〕pp. 33–36 参照。

全く同様に効用関数の有界条件より，$\lim_{W\to 0}\int_a^W V(W)dW=m$，ここで積分収束条件より $W\to 0$ のとき，$V(W)$ は ∞ になるとしても $\frac{1}{W}$ よりも遅くなければならない。すなわち，$W\to 0$ のとき $V(W)\Big/\frac{1}{W}$ は単調増加を示すこととなる。よって，$\lim_{W\to 0}\frac{d}{dW}\{W\cdot V(W)\}\geqq 0$ が成立つ。

$$\therefore \frac{-W\cdot V'(W)}{V(W)}=\frac{-W\cdot U''(W)}{U'(W)}\leqq 1$$

以上に依り，効用関数の有界性を前提とする限り，W が無限大に近ずけば $R_R(W)$ は少くとも1より大きな極限に近ずき，W が0に近ずけば $R_R(W)$ はせいぜい1以下の極限しか持ち得ないことが証明される。したがって，もし単純化のため $R_R(W)$ が単調関数 (monotonic function) であると仮定すれば，それは増加関数でなければならないことになる。もちろん，厳密に云えば，$R_R(W)$ は W のある適当な変域では減少関数であることを必ずしも排除するものではないが全体としては $R_R(W)$ を増加関数とみなす方が適切であると思われる。

このように，アローは期待効用仮説を満たす効用関数の有界性に立脚して，きわめて純理論的アプローチから危険回避者の存在を論証し，さらに自らの仮説を展開している。アローの理論的帰結が必ずしも問題がないわけではないが[16]，少なくとも第3節および第4節に於ける，アローの仮説より導き出されたわれわれの結論はかなりな程度に現実の動向を抽象していると思われる。

VI　む　す　び

経済主体における資産選択行動と消費行動は互いに密接に関連しあい，同一経済主体の同時的斉合的行動として統合して把握されなければならないにもかかわらず，従来それらの関連が無視されてきたか，あるいは分析の便宜上，独立に論ぜられてきたといっても過言ではない。消費性向概念を導入して，所得配分に関する意志決定と資産配分に関する意志決定を別個独立に取り扱ったケ

16)　拙稿〔15〕参照。

インズ的なアプローチはその典型であった。この点において，われわれは比較的簡単なモデルを用い，しかも資産選択論に1つの転機を画したアローの仮説に立脚してケインズ的な二分法を排してより一般的な考察を試みた。そして，われわれは主に次のような2つの結論を引き出すことができた。第1に，金融資産の増加は消費，安全資産の保有，危険資産の保有をいずれも増大させる。とくに，金融資産の蓄積が消費に及ぼすプラスの効果，いわゆる「金融資産効果」が認められること，第2に，金融資産の蓄積が進むほど危険資産保有額の総資産に占めるシェアーは低下する。逆に，安全資産保有シェアーは増大する。これは従来の通説とは全く正反対のものであるが個人金融資産の現実の動向からもわれわれの得た結論は支持されること，などであった。なお，個別金融資産の収益率及び危険の変化が合理的な経済主体の消費行動や資産選択行動に如何なる変化を与えるかという興味ある問題に関しても，比較静学的に分析できる。この点についてはいずれ稿を改めて論じたいと思う。ただ少なくとも云えることは，この場合でも合理的な個人あるいは家計の消費行動もしくは貯蓄行動を分析する限り，その裏側にある当該経済主体の資産選択行動を同時的斉合的に取り扱わなければ，かなり制約された結論を導き出しかねないという点である。

〔参 考 文 献〕

〔1〕 Arrow, K. J. "Alternative Approaches to the Theory of choice in Risk-Taking Situations", *Econometrica*, Vol. 19, 1951.

〔2〕 __________, "Comment", *Review of Economics and Statistics*, Vol. XLV, 1963.

〔3〕 __________, *Aspects of the Theory of Risk Bearing*, Helsinki, the Academic Book Store, 1965.

〔4〕 Friedman, M. & L. J. Savage, "The Utility Analysis of Choices Involving Risk", *Journal of Political Economy*, Vol. 56, 1948.

〔5〕 R. F. Harrod, *Towards A Dynamic Economics*, Macmillan & Co, London, 1948.

〔6〕 Keynes, J. M. *The General Theory of Employment, Interest, and Money*, New York, Harcourt Brace, 1936, 邦訳, 塩野谷九十九「雇用・利子及び貨幣の一般理論」

〔7〕 Lindbeck, A., *Study in Monetary Analysis*, Stockholm, 1963, 邦訳, 堀家文吉郎・柴沼武「貨幣分析の研究」15ページ。

〔8〕 Pratt, G. W., "Risk Aversion in the Small and in the Large", *Econometrica*, Vol. 32, 1964.

〔9〕 Samuelson, P. A. "Lifetime portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming", *Review of Economics and Statistics*, August 1969.

〔10〕 Tobin, J., "Money Capical and Other Stores of Value", *American Economic Review*, Vol. 51, May 1961.

〔11〕 J. von Neumann & O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, 3rd., ed, Princeton University Press, 1953.

〔12〕 鎌倉 昇『金融経済の構造』創文社。

〔13〕 藤野正三郎『富の構造』日本経済新聞社。

〔14〕 蠟山昌一「危険負担・消費・資産選択」経済学論集（東大）1970年4月。

〔15〕 拙稿「個人金融資産に関する一考察」金融ジャーナル, 1973年6月。